

in den Stäben vollständig magnetisch abgeschirmt. Daß nicht nur eine dünne Oberflächenschicht anderer Zusammensetzung oder Struktur supraleitend wird und den gesamten Probenkern abschirmt, wird durch die Kontrollversuche an abgeschliffenen Stäben erwiesen.

Durch Pulverisieren des Materials wird der Zusammenhalt der einzelnen Körner aufgehoben. Wie die Untersuchungen von LAUTZ und SCHNEIDER²⁵ an einer lockeren Pulverschüttung aus TaC zeigen, muß man auch bei diesen Versuchen unter Berücksichtigung des vergrößerten Totvolumens einen vollständigen MEISSNER-Effekt annehmen. Damit ist an der vollständigen Supraleitung der vorliegenden Versuchsproben nicht zu zweifeln.

Die Höhe der Sprungtemperaturen steht in keinem direkten Zusammenhang mit den Widerstandsverhältnissen im Gebiet der Normalleitung. Bei den quantitativen Unterschieden im Verhalten der Einzelproben ist ein Einfluß der Fehlordnung nicht auszuschließen. Verunreinigungen dürften nach der Art des Herstellungsverfahrens und den spektralanalytischen Ergebnissen von völlig untergeordneter Bedeutung sein. Wahrscheinlich wirkt sich der kleine Kohlenstoffunterschuß begünstigend für die Supraleitung aus, da dadurch die mittlere Valenzelektronenzahl/Atom von 4,5 näher an den Optimalwert 5 heranrückt. Diese Deutung steht auch mit den Messungen von MATTHIAS und Mitarbeitern⁵ über die Supraleitung im System TaC – WC im Einklang.

Über die Einlagerung des Co können selbst unter

Berücksichtigung des elektrischen Verhaltens der Proben keine Angaben gemacht werden. Der Einfluß auf den Übergang zur Supraleitung liegt im Sinne einer Sprungpunkterhöhung. Ob diese Einwirkung magnetischer Art ist oder durch eine nichterfaßte Gefügeänderung oder durch die Veränderung der mittleren Elektronenzahl/Atom bedingt wird, kann erst durch weitere Untersuchungen geklärt werden.

Die Form und Breite der Sprungkurven steht in engem Zusammenhang mit dem Gefügebau. Der erste Abfall des Magnetflusses beim Eintritt der Supraleitung ist an die Einzelkörner und deren Verhalten geknüpft. Der letzte Teil der Sprungkurve wird hingegen mit der Ausbildung von Abschirmströmen in der Umgebung von Poren in Zusammenhang stehen und daher mit weiterer Temperaturverminderung bei fast vollständiger Supraleitung rascher erfolgen als der durch innere Entmagnetisierungseffekte beeinflusste Übergang der Körner selbst.

Aus der Magnetfeldabhängigkeit der Übergangstemperaturen kann nach HARDY und HULM⁴ die kritische Feldstärke bei 0 °K zu größenordnungsmäßig 200 Oe geschätzt werden. Das ist für harte Supraleiter ein außergewöhnlich niedriger Wert.

Herrn Prof. Dr. E. JUSTI danken wir für die Möglichkeit zur Durchführung dieser Untersuchungen. Unser besonderer Dank gilt Herrn Dir. Dr. O. RÜDIGER, Fried. Krupp Widia-Fabrik, Versuchsanstalt, der die vorliegende Arbeit durch die Überlassung der Versuchsproben unterstützt hat. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft hat die Versuche durch apparative Leihgaben gefördert.

Durchgang von Mikrowellen durch ebene Plasmaschichten

Von K. HAIN

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München,

und M. TUTTER

Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

(Z. Naturforschg. 17 a, 59—64 [1962]; eingegangen am 10. November 1961)

The reflection and transmission of a plane electromagnetic wave propagating through a plane plasma slab with and without a static magnetic field is computed.

Für mikrowellendiagnostische Untersuchungen des Plasmas ist es wichtig, den Einfluß von Parametern, wie räumlicher Elektronendichteverteilung, Stoßfrequenz und Magnetfeld, auf direkt meßbare Größen zu kennen. Bei den meisten experimentellen Anord-

nungen befindet sich das Plasma im Ausbreitungsweg der Mikrowelle zwischen zwei Hornantennen. Die praktisch vorkommenden Geometrien lassen sich häufig auf den im folgenden behandelten einfachen Fall zurückführen:



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Auf eine ebene Plasmaschicht falle senkrecht zur Oberfläche ($= x, y$ -Ebene) eine ebene, linear polarisierte elektromagnetische Welle. Die Plasmaschicht mit der Elektronendichteverteilung $N(z)$ erstreckt sich von $z=0$ bis $z=D$ und stehe unter dem Einfluß eines statischen, homogenen Magnetfeldes B_0 parallel zur Oberfläche der Schicht.

\mathfrak{E}_1 bzw. \mathfrak{E}_2 seien die Transversalkomponenten des elektrischen Feldes der im Plasma in positiver bzw. negativer z -Richtung fortschreitenden Wellen. Die nach Betrag und Phase meßbaren Größen, der Reflexionskoeffizient ϱ und der Transmissionskoeffizient σ sind definiert als

$$\varrho = (\mathfrak{E}_2/\mathfrak{E}_1)_{z=0}, \quad \sigma = (\mathfrak{E}_1)_{z=D}/(\mathfrak{E}_1)_{z=0}.$$

Im Falle homogener Dichte in einer Plasmaschicht der Dicke D mit dem Brechungsindex $n = n_R + i n_I$ lassen sich diese Größen explizit angeben^{1, 2}

$$\varrho = \frac{1-n}{1+n} - \frac{4n/(1-n^2)}{[(1+n)/(1-n)]^2 \exp\{2inD\omega/c\} - 1}, \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{[4n/(1-n^2)] \exp\{inD\omega/c\}}{[(1+n)/(1-n)]^2 \exp\{2inD\omega/c\} - 1}. \quad (4)$$

Bei einer inhomogenen (stetig vorausgesetzten) Dichteverteilung müssen ϱ und σ durch Integration der Diff.-Gln.¹

$$\frac{d\mathfrak{E}_1}{dz} = -i \frac{\omega}{c} n \mathfrak{E}_1 - \frac{1}{2n} \frac{dn}{dz} (\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_2), \quad (3)$$

$$\frac{d\mathfrak{E}_2}{dz} = +i \frac{\omega}{c} n \mathfrak{E}_2 + \frac{1}{2n} \frac{dn}{dz} (\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_2) \quad (4)$$

ermittelt werden. Falls

$$\left| \frac{1}{2n} \frac{dn}{dz} \right| \ll \left| \frac{\omega}{c} n \right|,$$

d. h. bei Vernachlässigung innerer Mehrfachreflexionen im Plasma, erhält man aus (3) und (4) für ϱ und σ die bekannten Näherungsformeln³:

$$\varrho = - \int_0^D \frac{1}{2n} \frac{dn}{dz} \exp \left\{ -2i(\omega/c) \int_0^z n d\zeta \right\} dz, \quad (5)$$

$$\sigma = \exp \left\{ -i(\omega/c) \int_0^D n dz \right\}. \quad (6)$$

Eine ebenfalls meßbare Größe ist die vom Plasma ausgestrahlte Rauschleistung. Befindet sich das Plasma im thermischen Gleichgewicht und ist T

seine Temperatur, so ist die von der Mikrowellenantenne pro Frequenzeinheit empfangene Rauschleistung L

$$L = kT(1 - |\varrho|^2 - |\sigma|^2), \quad (7)$$

vorausgesetzt, daß der betrachtete Frequenzbereich vollständig im Übertragungsbereich der Grundwelle der Wellenleiteranordnung liegt^{1, 4}.

$A = (1 - |\varrho|^2 - |\sigma|^2)$ ist das Absorptionsvermögen der Plasmaschicht.

Die numerische Berechnung der Größen ϱ und σ wurde für die Schichtdicke $D = (c/\omega) \cdot 20,73$ ($= 3$ cm bei einer Meßfrequenz $\omega/2\pi = 33$ GHz) und die Dichteverteilungen

$$N_1(z) = N_{\max} \begin{cases} \sin(3\pi z/2D) & \text{für } 0 \leq z < D/3, \\ 1 & \text{für } D/3 \leq z \leq 2D/3, \\ \sin(3\pi z/2D - \pi/2) & \text{für } 2D/3 < z \leq D; \end{cases}$$

$$N_2(z) = N_{\max} \begin{cases} \sin^2(3\pi z/2D) & \text{für } 0 \leq z < D/3, \\ 1 & \text{für } D/3 \leq z \leq 2D/3, \\ \sin^2(3\pi z/2D - \pi/2) & \text{für } 2D/3 < z \leq D; \end{cases}$$

$$N_3(z) = N \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq z \leq D, \\ 0 & \text{für } z < 0, z > D \end{cases}$$

und die beiden Fälle: $(\mathfrak{E}_1)_{z=0} \perp B_0$ (Brechungsindex n_{\perp}) und $(\mathfrak{E}_1)_{z=0} \parallel B_0$ (Brechungsindex n_{\parallel}) programmiert. Näherungsweise ist^{5, 6}

$$n_{\perp} = \left(1 - \frac{\omega_p^2(\omega^2 - i\nu\omega - \omega_p^2)}{(\omega^2 - i\nu\omega)(\omega^2 - i\nu\omega - \omega_p^2) - \omega^2\omega_e^2} \right)^{1/2} \quad (8)$$

und $n_{\parallel} = 1 - \omega_p^2/(\omega^2 - i\nu\omega)$

(ω_p = Plasmafrequenz, ω = Meßfrequenz, ω_e = Elektronengyrofrequenz, ν = Stoßfrequenz).

In den Abbildungen sind einige der berechneten Kurven wiedergegeben; weitere Ergebnisse sind in den Institutsberichten^{1, 2} zu finden.

Abb. 1 zeigt den Brechungsindex nach Gl. (8) bei einer relativen Gyrofrequenz von $\omega_e/\omega = 0,0848$ ($B_0 = 1000$ Gauß bei $\omega/2\pi = 33$ GHz; die Meßfrequenz ω wird als Konstante betrachtet) als Funktion der relativen Dichte ω_p^2/ω^2 . Während der Brechungsindex n ohne Stoßfrequenz entweder reell oder imaginär ist, bewirkt eine endliche Stoßfrequenz das gleichzeitige Vorhandensein von Real-

¹ K. HAIN u. M. TUTTER, Interner Institutsbericht, Mai 1961.

² M. TUTTER, Interner Institutsbericht, September 1961.

³ K. FÖRSTERLING u. H. LASSEN, Z. techn. Phys. **12**, 453 [1931].

⁴ R. E. BURGESS, Proc. Phys. Soc., Lond. **53**, 293 [1941].

⁵ R. LÜST, Z. Astrophys. **37**, 67 [1955].

⁶ K. KÖRPER, Z. Naturforsch. **12a**, 815 [1957].

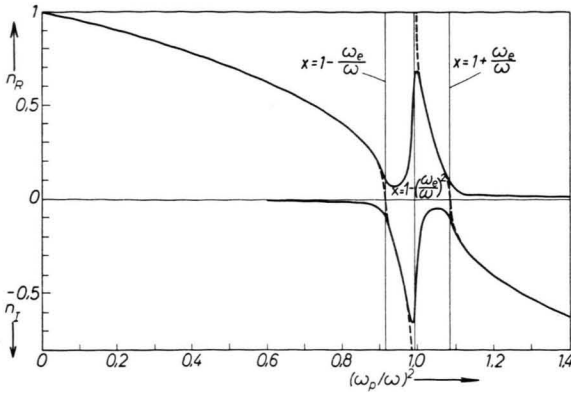


Abb. 1. Real- und Imaginärteil des Brechungsindex nach Gl. (8) als Funktion der relativen Dichte ω_p^2/ω^2 . Meßfrequenz $\omega = \text{const}$. Der Unterschied zwischen den mit konstanter und den mit dichte proportionaler Stoßfrequenz berechneten Kurven ist kleiner als die Strichdicke. — — $\nu/\omega = 0$, — $\nu/\omega = 0,01 \omega_p^2/\omega^2$.

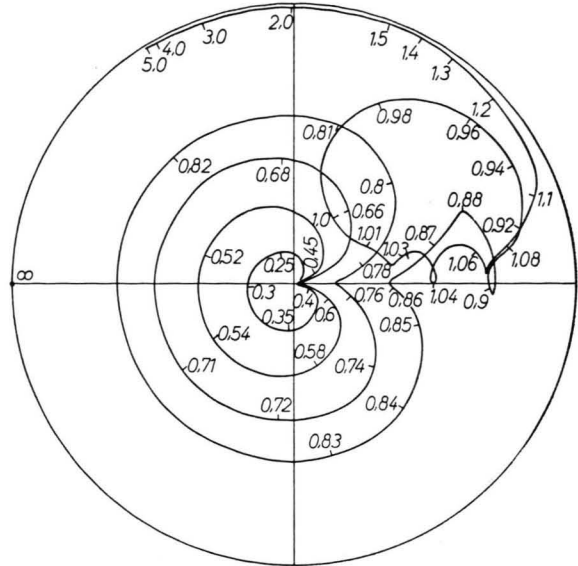


Abb. 3. Reflexionskoeffizient q einer homogenen Plasmaschicht [Verteilung $N_3(z)$] als Funktion der relativen Dichte ω_p^2/ω^2 . Der Kurvenverlauf bleibt nahezu ungeändert, wenn die Stoßfrequenz dichte proportional angesetzt wird.

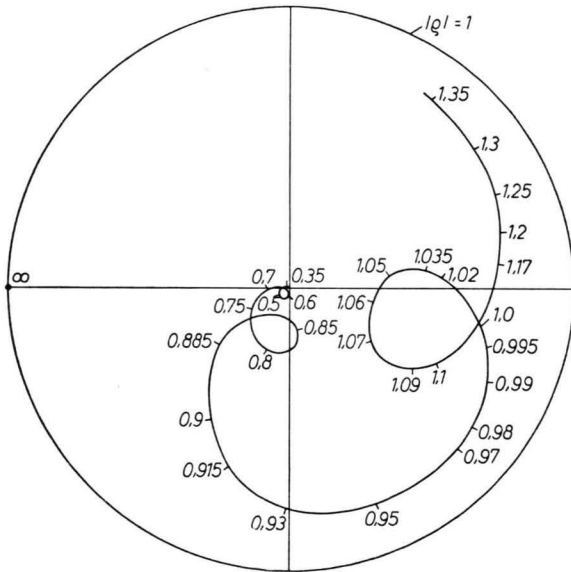


Abb. 2. Reflexionskoeffizient q einer Plasmaschicht mit der Dichteverteilung $N_2(z)$ als Funktion der relativen Dichte $(\omega_p)^2_{\text{max}}/\omega^2$ im homogenen Teil der Verteilung.

und Imaginärteil. In Abb. 2 ist der Reflexionskoeffizient q einer Schicht mit einer Dichteverteilung $N_2(z)$ und zum Vergleich in Abb. 3 derjenige einer Schicht mit der Verteilung $N_3(z)$ dargestellt. Die Minima, die der Betrag dieses Koeffizienten durchläuft, sind im Falle der letzteren Verteilung dadurch zu erklären, daß dort, von der Dichte Null angefangen, der Quotient

$$\frac{D}{\lambda/2} = \frac{\omega}{c} D \cdot \frac{n_R}{\pi}$$

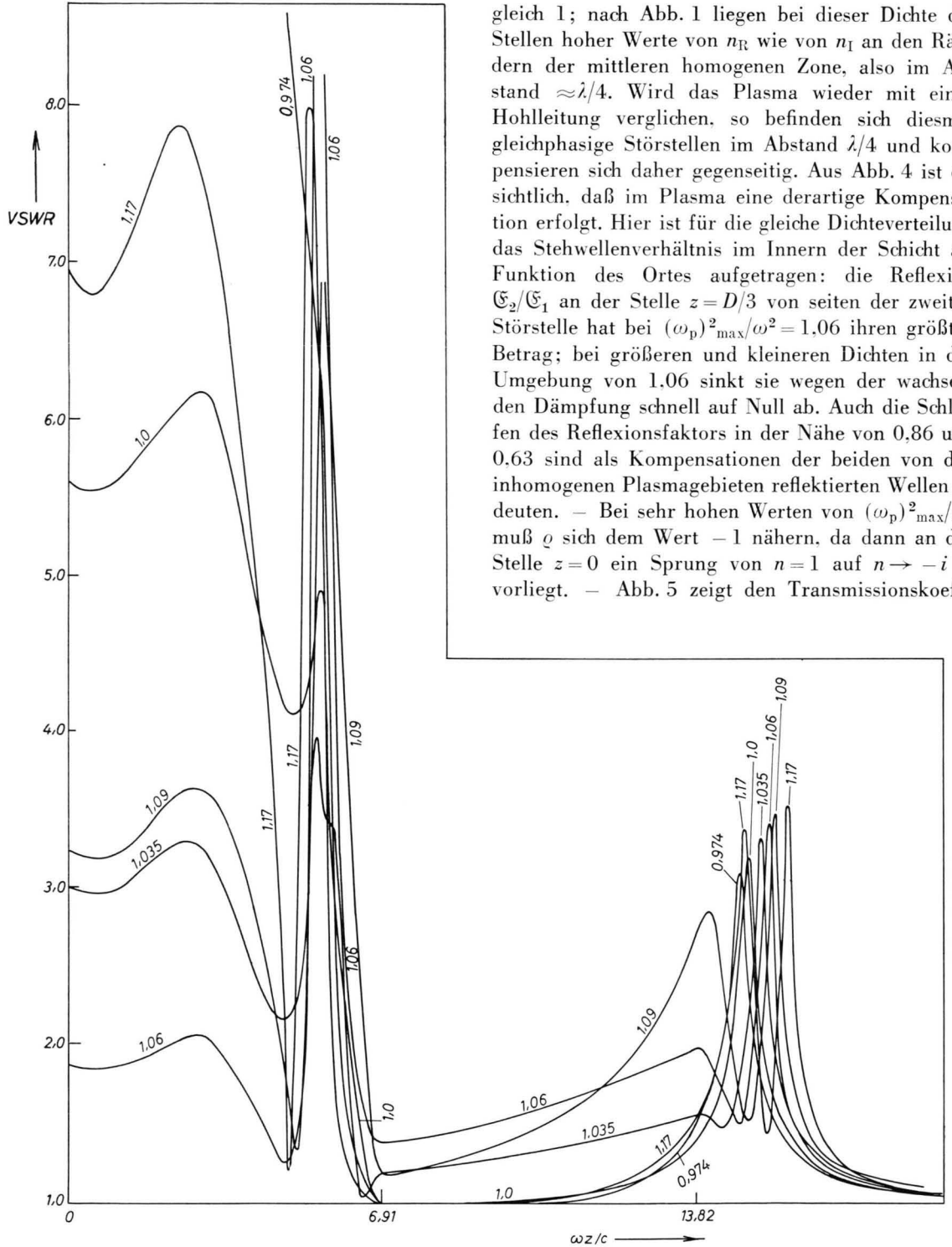
der Reihe nach die Werte 6 bis 1 annimmt, wie sich an Hand von Abb. 1 nachprüfen läßt. Die Plasmaschicht kann hier mit einer Hohlleitung verglichen werden, in der sich im Abstand $m\lambda/2$ ($m=1, 2, 3, \dots$) zwei scharf begrenzte Störstellen mit gegenphasigen Reflexionsfaktoren befinden; die von ihnen reflektierten Wellen kompensieren einander. Im Plasma ist wegen der vorhandenen Dämpfung der Einfluß der zweiten Störstelle ($z=D$) abgeschwächt, so daß die Kompensation nicht vollständig ist. Von der relativen Dichte 0,9 ab nimmt der Einfluß der zweiten Grenzschicht wegen des größer werdenden Imaginärteils n_I ab, so daß q genähert als Reflexion an der ersten Grenzfläche nach der Beziehung

$$q = (1 - n)/(1 + n)$$

berechnet werden kann. Von der relativen Dichte 1 ab sinkt n_I noch einmal auf kleinere Werte ab, so daß die Reflexion an der zweiten Grenzschicht wieder merkbar wird. Dieses zeigen die angedeuteten bzw. schwach ausgebildeten Schleifen von q bei 1,02, 1,04 und 1,07. An diesen Stellen nimmt der Quotient $D/(\lambda/2)$ die Werte 3, 2 und 1 an.

Im Falle der Verteilung $N_2(z)$ ist in dem (nur bei Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes vorhandenen) Minimum bei $(\omega_p)^2_{\text{max}}/\omega^2 = 1,06$ der Quotient

$$\frac{D/3}{\lambda/4} = \frac{\omega}{c} D \cdot \frac{2 n_R}{3 \pi}$$



gleich 1; nach Abb. 1 liegen bei dieser Dichte die Stellen hoher Werte von n_R wie von n_I an den Rändern der mittleren homogenen Zone, also im Abstand $\approx \lambda/4$. Wird das Plasma wieder mit einer Hohlleitung verglichen, so befinden sich diesmal gleichphasige Störstellen im Abstand $\lambda/4$ und kompensieren sich daher gegenseitig. Aus Abb. 4 ist ersichtlich, daß im Plasma eine derartige Kompensation erfolgt. Hier ist für die gleiche Dichteverteilung das Stehwellenverhältnis im Innern der Schicht als Funktion des Ortes aufgetragen: die Reflexion $\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1$ an der Stelle $z=D/3$ von seiten der zweiten Störstelle hat bei $(\omega_p)^2_{\max}/\omega^2 = 1.06$ ihren größten Betrag; bei größeren und kleineren Dichten in der Umgebung von 1.06 sinkt sie wegen der wachsenden Dämpfung schnell auf Null ab. Auch die Schleifen des Reflexionsfaktors in der Nähe von 0.86 und 0.63 sind als Kompensationen der beiden von den inhomogenen Plasmagebieten reflektierten Wellen zu deuten. — Bei sehr hohen Werten von $(\omega_p)^2_{\max}/\omega^2$ muß ϱ sich dem Wert -1 nähern, da dann an der Stelle $z=0$ ein Sprung von $n=1$ auf $n \rightarrow -i\infty$ vorliegt. — Abb. 5 zeigt den Transmissionskoeffi-

Abb. 4. Stehwellenverhältnis $VSWR = (|\mathcal{E}_1| + |\mathcal{E}_2|) / (|\mathcal{E}_1| - |\mathcal{E}_2|)$ im Innern der Schicht mit der Dichteverteilung $N_2(z)$ als Funktion des Ortes.

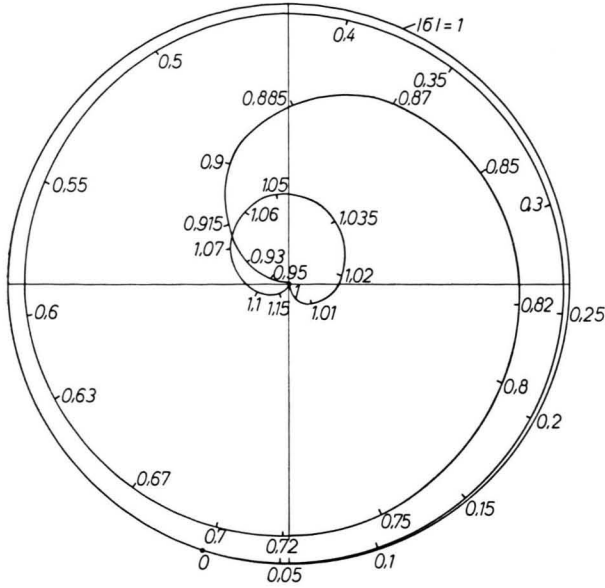


Abb. 5. Transmissionskoeffizient σ einer Plasmaschicht mit der Dichteverteilung $N_2(z)$ als Funktion der relativen Dichte $(\omega_p)^2_{\max}/\omega^2$ im homogenen Teil der Verteilung.

zienten σ für die Verteilung $N_2(z)$, Abb. 6 dessen Betrag $|\sigma|$, verglichen mit den nach der Näherung (6) berechneten und den im Falle $N_3(z)$ für konstante und dichte proportionale Stoßfrequenz erhaltenen.

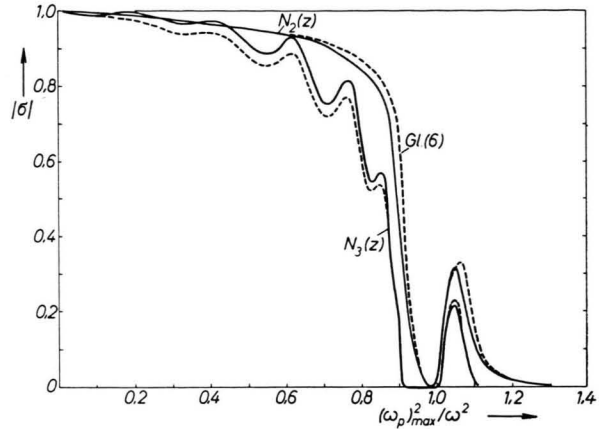


Abb. 6. Betrag des Transmissionskoeffizienten $|\sigma|$ bei den Verteilungen $N_2(z)$ und $N_3(z)$; zum Vergleich bei $N_2(z)$ die Näherung nach Gl. (6) [gestrichelt].

$N_3(z)$: ——— $\nu/\omega = 0,01$ ω_p^2/ω^2 ; — — — $\nu/\omega = 0,01$.

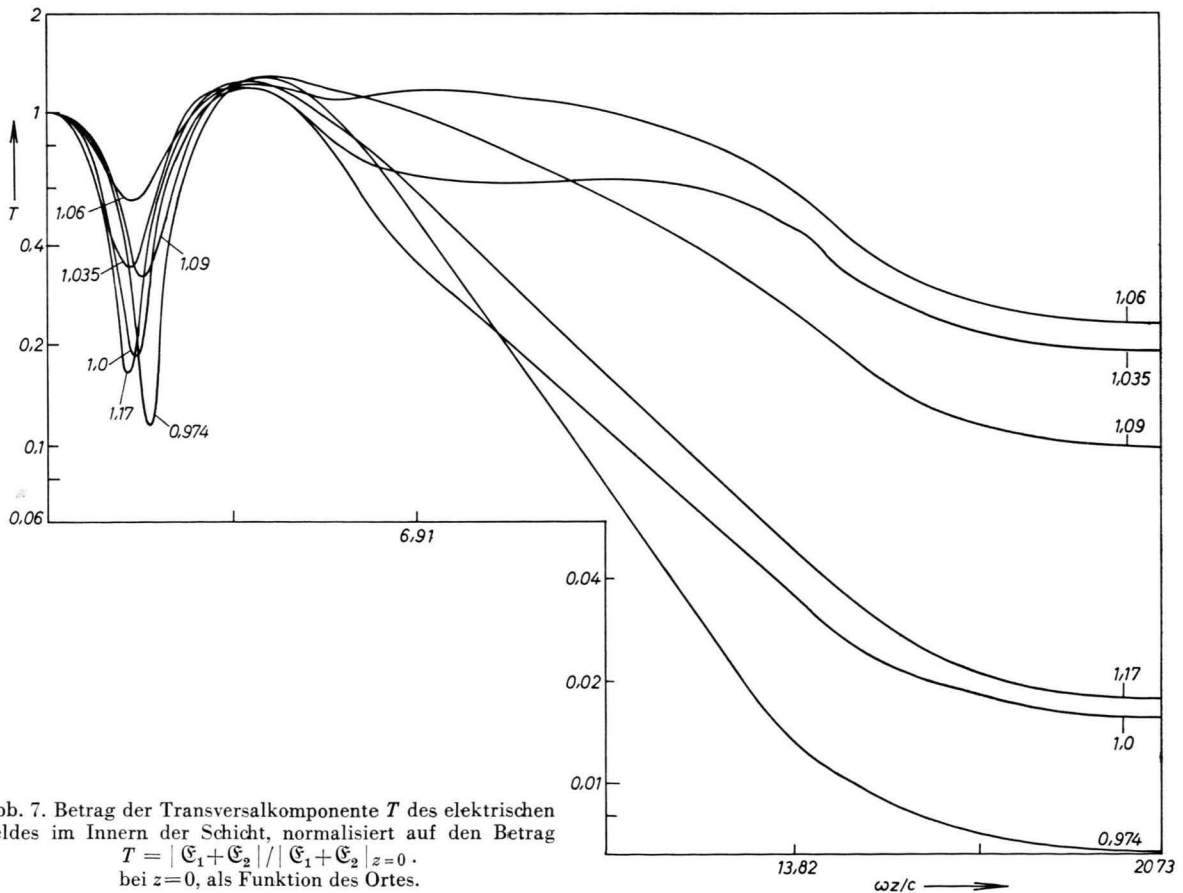


Abb. 7. Betrag der Transversalkomponente T des elektrischen Feldes im Innern der Schicht, normalisiert auf den Betrag $T = |\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2| / |\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2|_{z=0}$ bei $z=0$, als Funktion des Ortes.

tenen Kurven für $|\sigma|$. Der Betrag von σ ist bei der Verteilung $N_2(z)$ genau dort maximal bzw. minimal, wo $-n_1$ (Abb. 1) minimal bzw. maximal ist; ebenso entsprechen das Maximum bei 0,95 und das

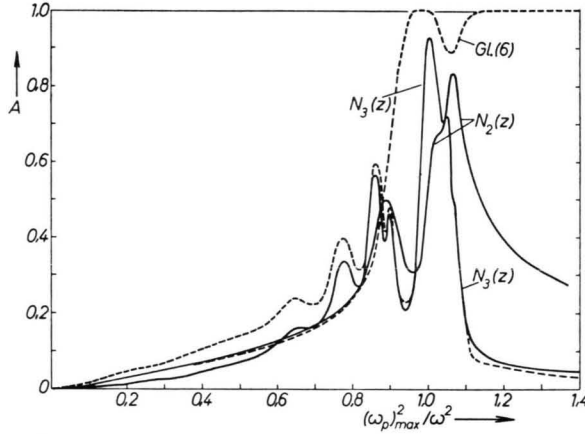


Abb. 8. Absorptionsvermögen A der Schichten mit den Verteilungen $N_2(z)$ und $N_3(z)$; zum Vergleich bei $N_2(z)$ die Näherung nach Gl. (6) ohne Berücksichtigung der Reflexion [gestrichelt]; $N_3(z)$: — $\nu/\omega=0,01$ ω_p^2/ω^2 ; — — — $\nu/\omega=0,01$.

Minimum bei 1 des Phasenwinkels von σ in Abb. 5 den Extrema von n_R in Abb. 1 an den gleichen Stellen, was nach der Näherung (6) verständlich ist. Die Maxima von $|\sigma|$ unterhalb der relativen Dichte 0,9 in Abb. 6 bei der Verteilung $N_3(z)$ liegen an denselben Stellen wie die Minima von $|\varrho|$ in Abb. 3. In Abb. 7 ist der Betrag der gesamten Transversalkomponente $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2$, welche nach (3) und (4) eine Lösung der Wellengleichung

$$d^2\mathfrak{E}/dz^2 + (\omega n/c)^2 \mathfrak{E} = 0$$

ist, als Funktion des Ortes aufgetragen. In Abb. 8 ist das Absorptionsvermögen A als Funktion der maximalen relativen Dichte dargestellt, im Falle der Verteilung $N_2(z)$ zum Vergleich das mit den Näherungen (5) und (6) ($|\varrho|^2 \ll |\sigma|^2$) errechnete A . Der Abszissenabstand der beiden Maxima von A beträgt $\approx 2 \omega_e/\omega$. Bei beiden Dichteverteilungen ist die Schichtdicke D nicht groß genug, um $A=1$ zu erreichen.

Wir danken Frau HAIN für die Durchführung der Programmierung, Fräulein RASCHEWA für numerische Rechnungen und Fräulein BOCK für Kurvenzeichnen.